

**MODELUL 3 - Subiect la Matematică**  
**Concurs de admitere la Facultatea de Matematică și Informatică**

**Subiectul 1** În mulțimea  $S_3$  a tuturor permutărilor de ordinul 3 se consideră permutarea

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- i) Să se determine numărul elementelor mulțimii  $\{\sigma^n : n \in \mathbb{N}^*\}$ ;
- ii) Determinați toate permutările  $x \in S_3$  astfel încât  $x\sigma = \sigma x$ ;
- iii) Să se rezolve ecuația  $x^2 = \sigma$ , cu  $x \in S_3$ .

**Subiectul 2** Considerăm matricele de ordinul 3,  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  și  $B(m) = \begin{pmatrix} m & 2m-1 & 2m+1 \\ 0 & 3m-2 & m \\ 0 & 0 & m-2 \end{pmatrix}$ .

- i) Determinați valorile  $m \in \mathbb{R}$  pentru care  $A \cdot B(m) = B(m) \cdot A$ ;
- ii) Determinați  $m \in \mathbb{R}$  pentru care  $\text{rang}(B(m)) = 2$ ;
- iii) Determinați  $m \in \mathbb{R}$  pentru care inversa matricei  $B(m)$  este matricea  $A$ .

**Subiectul 3** Se consideră funcția  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(1+x^2)(1+x^3)}$ .

- i) Să se calculeze  $\int_0^1 (1+x^3)f(x) dx$ ;
- ii) Să se arate că  $\int_{1/x}^1 f(t) dt = \int_1^x t^3 f(t) dt$ , pentru orice  $x > 0$ ;
- iii) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_{1/x}^x f(t) dt$ .

**Subiectul 4** Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \sin x$ .

- i) Să se arate că funcția  $f$  este strict crescătoare;
- ii) Rezolvați ecuația  $f(x) = 0$ ;
- iii) Să se arate că funcția  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \sqrt[3]{f(x)}$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii și se notează cu note cuprinse între 1 și 10.

**Timp de lucru:** 3 ore.